

Кратні інтеграли

Приклади для самостійного розв'язування.

1. Знайти об'єм тіла, обмеженого поверхнями

$$z = 25 - x^2 - y^2, \quad x^2 + y^2 = 1, \quad z = 0.$$

2. Знайти об'єм тіла, обмеженого поверхнями

$$z = 25 - 3x^2 - 3y^2, \quad z = x^2 + y^2.$$

3. Знайти об'єм тіла, обмеженого поверхнями

$$z = 1 + 2x^2 + 2y^2, \quad x^2 + y^2 = \frac{1}{4}, \quad z = 0.$$

4. Обчислити

$$\iint_D x \, dx \, dy, \quad D: x^2 + y^2 = 4y; \quad y = x, \quad x = 0.$$

5. Обчислити площу плоскої фігури: $x^2 - 2x + y^2 = 0, x^2 - 4x + y^2 = 0,$
 $y = 0, y = x.$

6. Обчислити площу плоскої фігури: $y^2 - 4y + x^2 = 0, y^2 - 6x + x^2 = 0,$
 $x = 0, y = x.$

7. Обчислити площу плоскої фігури: $x^2 - 6x + y^2 = 0, x^2 - 8x + y^2 = 0,$
 $x = 0, y = \frac{x}{\sqrt{3}}.$

8. Обчислити масу пластини D:

$$x = 1, y = 0, y^2 = 4x, (y \geq 0); \quad \mu(x, y) = 7x^2 + y.$$

9. Обчислити масу пластини D:

$$x^2 + y^2 = 9, x^2 + y^2 = 16, x = 0, y = 0 (x \geq 0, y \geq 0);$$

$$\mu(x, y) = \frac{2x + 5y}{x^2 + y^2}.$$

10. Обчислити масу пластини D:

$$x^2 + \frac{y^2}{4} \leq 1; \quad \mu(x, y) = y^2.$$

11. Обчислити масу пластини D:

$$1 \leq \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{16} \leq 5, x \geq 0, y \geq 2x; \quad \mu(x, y) = \frac{x}{y}.$$